

Modelagem Matemática e Validação Experimental de um Atuador Pneumático para uma Bancada de Ensaios de Estruturas¹

Resumo – O presente trabalho trata da validação experimental de um modelo matemático para um atuador pneumático responsável pelo acionamento de uma bancada para ensaios de estruturas. A modelagem matemática contribuiu para a simulação e o controle do atuador pneumático e objetivo é a validação do modelo não linear de 3ª ordem. A formulação do modelo matemático é baseada na literatura. As simulações computacionais são realizadas com auxílio da ferramenta computacional Matlab e a validação é realizada em uma bancada experimental. Os resultados ilustram as características do modelo matemático utilizado.

Abstract – The present work deals with the experimental validation of a mathematical model for a pneumatic actuator responsible for triggering a bench for testing of structures. The mathematical modeling and simulation to the control of pneumatic actuator and goal is to validate the model of nonlinear third order. The formulation of the mathematical model is based on literature. The computer simulations are performed with the aid of Matlab computational tool and validation is performed on a trial countertop. The results illustrate the characteristics of the mathematical model used.

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho apresenta a modelagem matemática e a simulação computacional obtida a partir da validação experimental de um atuador pneumático. Os atuadores pneumáticos são sistemas atrativos, uma vez que dispõe de diversos benefícios e vantagens. Sua aplicabilidade pode ser na construção de máquinas, ferramentas, máquinas agrícolas, sistema de transporte, processamento de alimentos, robótica, entre outros.

A modelagem matemática é aplicada em pesquisas nas mais diversas áreas do conhecimento, tendo sua função para fins de simulações computacionais aproximadas a situações da realidade.

Atualmente conhecemos diversos conceitos sobre a modelagem matemática, os quais são aceitos pela comunidade científica. Bavaresco (2007) afirma que é a

¹ Cristian Schoenmeier DECEEng/UNIJUÍ/ Campus Panambi/Caixa Postal 121/ CEP 98280-000, Panambi – RS, Brasil - cristian.schoenmeier
, Graciane Hammes DECEEng/UNIJUÍ/ Campus Panambi/Caixa Postal 121/ CEP 98280-000, Panambi – RS, Brasil - graciane.hammes@yahoo.com.br
, Antonio Carlos Valdiero, DECEEng/UNIJUÍ/ Campus Panambi/Caixa Postal 121/ CEP 98280-000, Panambi – RS, Brasil - valdiero@unijui.edu.br
Luiz Antônio Rasia - rasia@unijui.edu.br

arte de transformar fenômenos reais em problemas que levam a previsão de tendências envolvendo técnicas matemáticas. Já para Richter (2013), a modelagem matemática tem o propósito de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, exigindo uma interpretação e/ou solução.

A palavra pneumática deriva do termo grego *pneumatikos*, que significa “fôlego”, “Alma”. É o uso do gás pressurizado na ciência e tecnologia (Bavaresco, 2007).

A utilização do equipamento pneumático proporciona diversas vantagens, dentre as quais podemos citar a boa relação potência-peso, a relativa simplicidade construtiva e o baixo custo, tanto do equipamento quanto da sua manutenção. Além disso, o ar comprimido é a fonte de energia, e com isso, é conhecido como uma tecnologia limpa onde não existe risco de contaminação, como é o caso da energia hidráulica (MOREIRA, 2012). Destaca-se também pelo seu baixo custo de instalação, manutenção fácil, boa relação, ação rápida e com alta variação de velocidade (RITTER, 2010).

A aplicação da pneumática está consolidada em um amplo campo da Engenharia Mecânica. De acordo com Santos *et al.* (2014), a pneumática possui diversas vantagens e algumas limitações, estando relacionadas a utilização do ar como meio de armazenamento e transmissão de energia, em conjunto com as forças, velocidades, potências e previsões obtidas com sistema de atuação.

Frente ao cenário da Era tecnológica e da sociedade da informação, as pesquisas científicas estão, cada vez mais, voltadas a este ramo, a inovação. Partindo desta realidade, observa-se que a modelagem matemática vem ganhando seu devido reconhecimento e relevância em relação a sua aplicabilidade, pautando por descrever situações reais em simulações computacionais.

Com isso, objetiva-se neste trabalho, a realização da modelagem matemática e a simulação computacional para validação do modelo obtido por meio do experimento realizado em uma bancada de testes construída em laboratório. Para a descrição do comportamento dinâmico do atuador pneumático é utilizado um modelo matemático não linear de 3ª ordem por Virvalo, onde a partir de então, implantou-se um diagrama de blocos utilizando o Simulink/Mathlab.

Este trabalho inicia com a revisão bibliográfica (seção 2), breve descrição do atuador pneumático (seção 3), modelagem matemática de 3ª ordem aplicada (seção 4) e apresentação dos resultados obtidos na modelagem matemática e nas simulações computacionais, validadas nos testes experimentais.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Dentre os trabalhos antecessores sobre a modelagem matemática de atuadores pneumáticos, podemos apresentar diferentes estudos realizados pelo grupo de pesquisa acerca deste tema. Inicialmente citam-se as pesquisas desenvolvidas no mestrado em Modelagem Matemática da Universidade do Noroeste do estado do Rio Grande do Sul - UNIJUI. Posteriormente apresentam-se estudos realizados por demais pesquisadores da mesma temática.

O mestrado interdisciplinar em Modelagem Matemática da UNIJUI vem realizando pesquisas e contribuições referentes às diversas áreas do conhecimento, destacando-se os trabalhos do grupo de pesquisa “Projeto em Sistemas Mecânicos, Mecatrônica e Robótica”. Dentre os estudos e as produções realizadas pelo grupo, podemos citar os seguintes autores de dissertações: Bavaresco (2007), Endler (2009), Ritter (2010), Pörsch (2012), Richter (2013) e Zamberlan (2013). Em cada pesquisa realizada, observou-se análises, modelos e diferenciais obtidos a partir dos experimentos e a sua devida validação. Dentre as contribuições obtidas, houve diferenciais no desenvolvimento de modelos matemáticos em coesão com estudos e inovações relacionados à Engenharia Mecânica e aos desafios vivenciados no laboratório do campus de Panambi/UNIJUI.

Bavaresco (2007) aprimorou estudos referentes a Modelagem Matemática e Controle de um Atuador Pneumático, partindo de um modelo matemático de 3ª ordem com adaptações na frequência natural, com a validação do modelo no comparativo entre os experimentos e a simulação computacional realizados em um Robô cartesiano acionado pneumaticamente.

A pesquisa realizada por Endler (2009), abordou-se a Modelagem da Vazão Mássica de uma Servoválvula Pneumática e sua Aplicação no Controle Ótimo de um Servoposicionador Pneumático. Apresentou-se a proposta de uma nova equação matemática, não linear, de 4ª ordem de um atuador pneumático, prevendo a dinâmica das pressões nas câmaras do cilindro e do movimento do êmbolo do

cilindro, resultando em simulações que comparam as limitações do controle proporcional e a eficiência do controle em cascata.

Ritter (2010) apresentou um modelo de 5ª ordem, contemplando Modelagem Matemática das Características não Lineares de Atuadores Pneumáticos, enfatizando a zona morta, a vazão nos orifícios da servoválvula, a dinâmica das pressões nas câmaras do cilindro e o movimento do êmbolo, considerando a presença do atrito dinâmico, além de promover um estudo comparativo da influência do tamanho do cilindro no comportamento dinâmico do modelo não linear.

Dando sequência aos trabalhos do grupo de estudos, Pörsch (2012) pesquisou sobre a Modelagem Matemática e Controle Proporcional de uma Bancada Acionada Pneumaticamente para Simulação de Terrenos Inclinação, objetivando a simulação em laboratório das variações de inclinação lateral de uma colheitadeira autopropelida de grãos, aprimorando um modelo matemático não linear de 5ª ordem. Trouxe o diferencial de aplicar a modelagem matemática em um mecanismo utilizado pelos agricultores. Destaca-se também, que a dinâmica do movimento do atuador foi acoplado à dinâmica do movimento angular da bancada.

A pesquisadora Richter (2013) aplicou a Modelagem Matemática no Controle de Posição de um Atuador Linear Acionado Pneumaticamente, com o propósito de sua aplicação em um equipamento florestal. O modelo matemático não linear adotado é de 5ª ordem e foi validado em testes experimentais em malha aberta e fechada com planejamento da trajetória polinomial sem e com a compensação da zona morta.

E Zamberlan (2013) contribui com sua pesquisa em Modelagem Matemática de um Atuador Pneumático para Aplicação em um Mecanismo Articulado, o qual será parte integrante de um mecanismo articulado para poda de árvores. Aplicou o modelo não linear de 5ª ordem, o qual foi adaptado e validado em testes experimentais em malha aberta e apresentados em gráficos. Concluiu, portanto, que para movimentos de recuo, o modelo adotado não foi totalmente eficiente.

Aplicar um atuador pneumático responsável pelo acionamento de uma bancada para ensaios de estruturas mecânicas, em prol da sua aplicação no projeto “Concurso de Pórticos” (Meninas e Jovens Fazendo Ciências Exatas, Engenharias e Computação), foi o que desenvolveu Viecelli (2014). Suas principais contribuições são a modelagem e a identificação das características não lineares do atrito no atuador utilizado para a aplicação de forças, bem como a sistematização do modelo

matemático completo, sua simulação computacional e validação experimental. Por fim, a autora realizou testes de controle de força em malha aberta variando-se a pressão de suprimento do sistema.

Moreira (2012) pesquisou referente as tecnologias de acionamento pneumático, onde obteve características de transferência de calor de um atuador pneumático de baixo atrito. Desenvolveu experimentos que complementaram o ajuste entre os dados experimentais e uma simulação computacional, que recorre ao modelo teórico das câmaras do atuador.

3 DESCRIÇÃO DO ATUADOR PNEUMÁTICO

O princípio do atuador pneumático adotado nesta pesquisa é constituído por uma servoválvula de controle e cilindro diferencial, conforme mostrado na Figura 1:

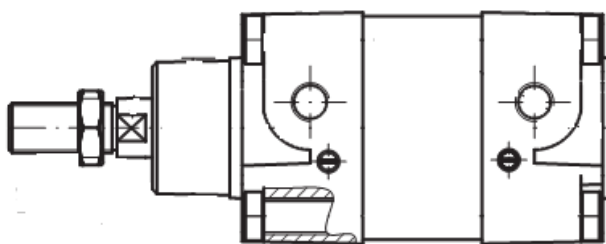


Figura 1: Desenho esquemático de um cilindro pneumático diferencial

Fonte: Próprio autor

O atuador pneumático é um sistema que possibilita posicionar uma carga em um certo ponto do curso do atuador ou realizar uma trajetória variável em função do tempo. Durante a operação, o ar comprimido é fornecido a servoválvula de uma das câmaras. A partir dos sinais das malhas de realimentação, o controlador gera uma tensão de controle U_T , que produz um determinado deslocamento. O deslocamento do cilindro, gera orifícios de passagem, fornecendo o ar comprimido para uma das câmaras do cilindro e permitindo que o ar da outra câmara escoe para a atmosfera. Então têm-se uma diferença de pressão nas câmaras do cilindro, que dá origem a uma força pneumática resultante que move o êmbolo do cilindro e gera um deslocamento positivo ou negativo, dependendo do sinal de entrada. Na sequencia é apresentada a modelagem matemática do sistema proposto.

4 MODELAGEM MATEMÁTICA DO ATUADOR PNEUMÁTICO

Para este estudo será adotado um modelo não linear de 3º ordem proposto por Virvalo *apud* Vieira (1998) e descrito por um sistema de equações diferenciais, podendo ser representado na forma de variáveis de estado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= y_3 \\ \dot{y}_3 &= -\omega_n^2 y_2 - 2\xi\omega_n y_3 + K_q \omega_n^2 U_T\end{aligned}$$

na qual $y_1 = y$ é a posição do êmbolo do atuador pneumático, $y_2 = \dot{y}$ é a velocidade, $y_3 = \ddot{y}$ é a aceleração, ξ é a taxa de amortecimento do movimento do sistema, ω_n é a frequência natural, K_q é o ganho de velocidade da malha aberta e U_T é o sinal de controle em tensão aplicado a servoválvula. Sendo que o ganho de velocidade em malha aberta pode ser calculado através da seguinte equação.

$$K_q = \frac{Q_n P_{atm}}{\frac{2}{3} P_s U_{Tmax}}$$

Sendo Q_n a vazão volumétrica normal da válvula, P_{atm} a pressão atmosférica, P_s a pressão de suprimento e U_{Tmax} a tensão máxima de entrada da válvula.

Para determinar a frequência natural de atuadores lineares adote-se a expressão:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\beta}{M} \left(\frac{A_1^2}{V_{A0}} + \frac{A_2^2}{V_{B0}} \right)}$$

Em que M é a massa total acoplada ao êmbolo do atuador, A_1 e A_2 são as áreas das seções transversais das câmaras do cilindro, V_{A0} e V_{B0} são os respectivos volumes das câmaras 1 e 2 e β é o fator de compressibilidade do ar que é dada por:

$$\beta = \frac{2}{3} \gamma P_s$$

Onde γ é a relação entre os calores específicos do ar.

A seguir, serão apresentados os valores dos parâmetros do modelo matemático para um atuador pneumático, montado em uma bancada de testes no

Núcleo de Inovação em Máquinas Automáticas e Servo Sistemas (NIMASS) da UNIJUÍ Câmpus Panambi. Estes valores serão adotados nas simulações computacionais do modelo, cujos resultados são comparados com testes experimentais para validação.

5 DESCRIÇÃO DA BANCADA EXPERIMENTAL DO ATUADOR PNEUMÁTICO

Para realizar os testes experimentais, utilizou-se uma bancada composta por um microcomputador interligado em uma placa dSPACE 1104 responsável pela captura e armazenagem dos dados, a qual utiliza a integração dos softwares Matlab/Simulink e ControlDesk. Uma servoválvula proporcional responsável pela vazão do ar e acionada por solenoides e um atuador pneumático diferencial e com haste, acoplado em um sensor de posição.

Figura 2- Fotografia da bancada experimental de ensaio de estruturas mostrando o cilindro pneumático utilizado para o acionamento



Fonte: própria

Figura 3 – Fotografia mostrando o sistema de aquisição de dados e controle composto por uma placa dSPACE montada em microcomputador utilizados na bancada experimental.



Fonte própria

Figura 4 - Fotografia mostrando a servoválvula e os sensores de pressão utilizados na bancada experimental.



Fonte: própria

A Tabela 1 apresenta os parâmetros do atuador pneumático utilizado na bancada experimental para fins de utilização para simulação computacional, os quais foram obtidos através de medições e nos catálogos do fabricante.

Tabela 1 Valores dos parâmetros do atuador pneumático

Parâmetros	Descrição	Obtenção
$\gamma = 1,4$	Relação entre os calores específicos do ar	Literatura

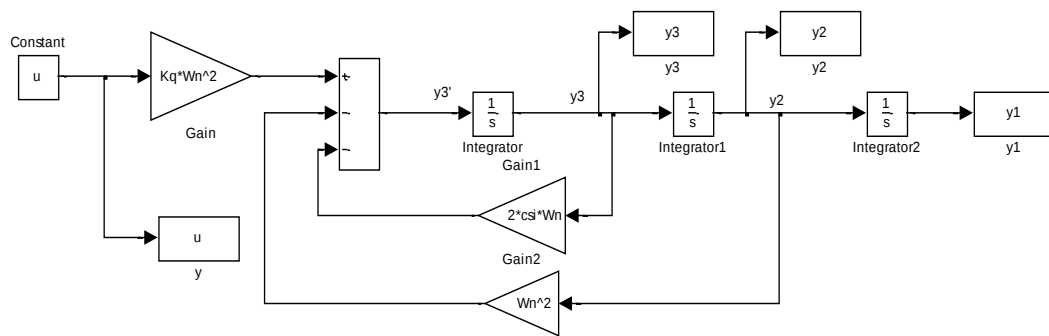
$A = 4,91 \times 10^{-4} \text{ m}^2$	Área do êmbolo do atuador	Catálogo
$A_1 = 0.03141 \text{ m}^2$	Área do êmbolo do atuador (câmara 1)	Calculado
$A_2 = 0.03015 \text{ m}^2$	Área do êmbolo do atuador (câmara 2)	Calculado
$M = 5,04 \text{ Kg}$	Massa inercial do cilindro	Medido
$P_s = 6 \times 10^5 \text{ Pa}$	Pressão de suprimento	Medido
$P_{atm} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$	Pressão atmosférica	Literatura
$V_{A0} = 1,25 \times 10^{-4} \text{ m}^3$	Volume morto na câmara 1 do cilindro	Medido
$V_{B0} = 1,25 \times 10^{-4} \text{ m}^3$	Volume morto na câmara 2 do cilindro	Medido
$L = 0,4 \text{ m}$	Comprimento do curso do atuador	Catálogo
$\xi = 0,4$	Taxa de amortecimento	Literatura
$Q_n = 0.012 \text{ m}^3/\text{s}$	Vazão volumétrica normal da válvula	Catálogo
$K_q = 0,0075$	Ganha de velocidade em malha aberta	Admisional
$U_{Tmax} = 10\text{V}$	Tensão máxima de entrada na válvula	Catálogo

Após a determinação e identificação dos parâmetros do atuador pneumático, realizou-se a simulação computacional através da implementação do modelo matemático proposto na forma de um diagrama de blocos no software MatLab/Simulink, apresentado posteriormente.

6 RESULTADOS

Apresentamos na sequência a simulação computacional da dinâmica do atuador pneumático e sua comparação com os testes experimentais. As simulações computacionais foram realizadas com o diagrama de blocos da Figura 3, utilizando-se o método de integração Runge Kutta de 4ª ordem com passo de integração de 1 milissegundo.

Figura 3: Diagrama de blocos utilizado nas simulações computacionais do modelo matemático de 3ª. ordem do atuador pneumático.



Foram realizadas várias simulações computacionais e testes experimentais para vários sinais de controle. Para ilustrar a validação experimental deste modelo matemático de 3ª. ordem, apresenta-se na Figura 4 os resultados para uma entrada de controle de 5 Volts, com a condição inicial do atuador pneumático na sua extremidade de curso (posição inicial recuado, $y = -0,2\text{m}$), e o comportamento dinâmico da resposta até atingir a posição máxima de avanço ($y = 0,2\text{m}$), com delay de 6,7s.

Figura 4: Gráfico obtido no teste experimental

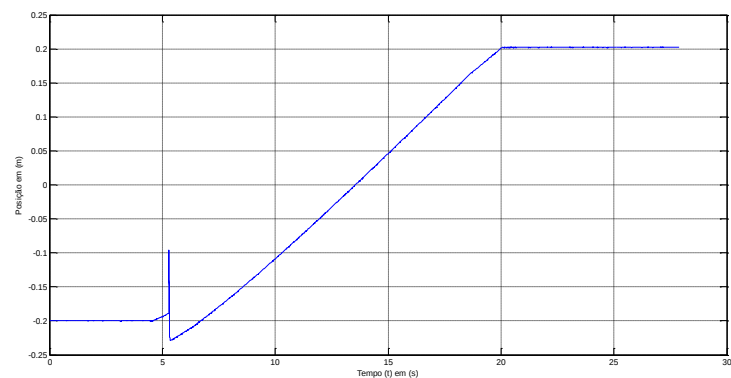
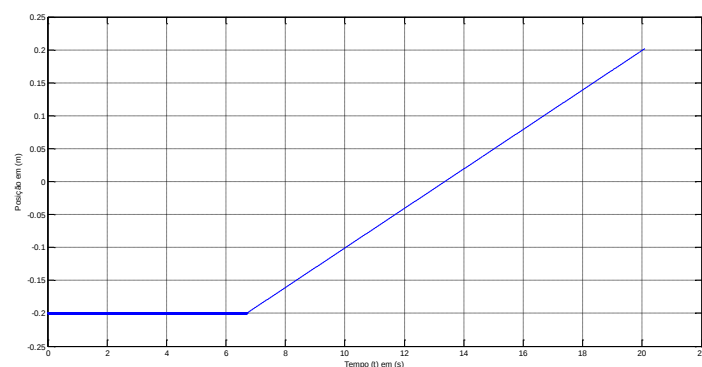
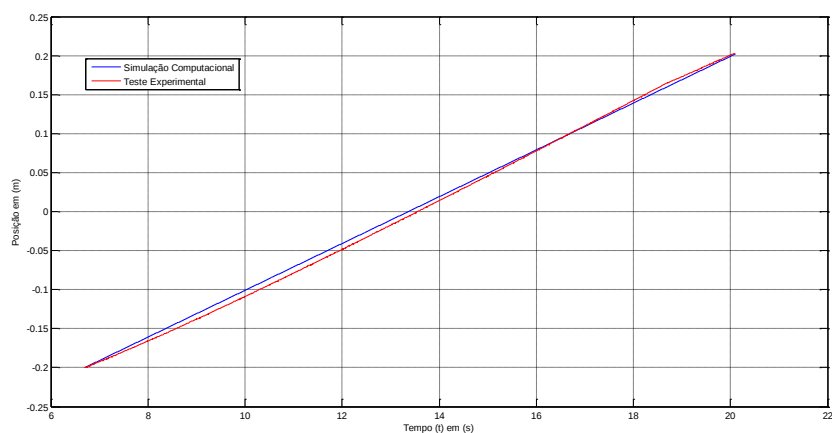


Figura 5: Gráfico obtido no teste experimental



A seguir realizou-se a comparação entre a simulação computacional e o teste experimental no intervalo de tempo entre 6,7s e 20,1s.

Figura 6: Gráfico comparativo de validação experimental do modelo de 3ª. ordem do atuador pneumático



Agora será apresentado a simulação computacional e o teste experimental para uma entrada de controle de - 8 Volts, com a condição inicial do atuador pneumático na sua extremidade de curso (posição inicial avançado, $y = 0,2\text{m}$), e o comportamento dinâmico da resposta até atingir a posição máxima de recuo ($y = -0,2\text{m}$), com delay de 4,9s.

Figura 7: Gráfico da simulação computacional

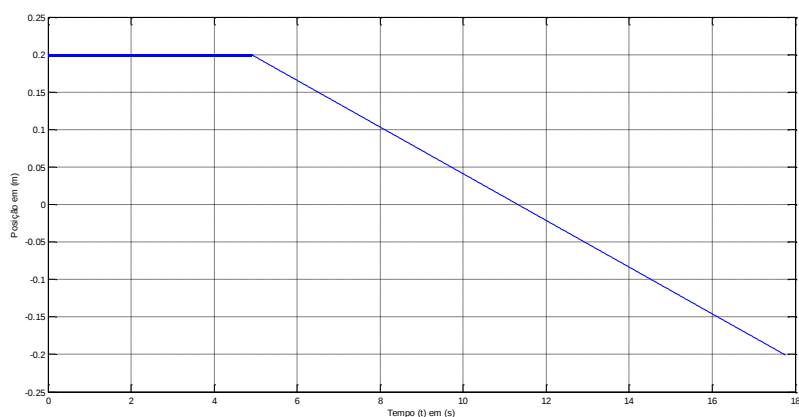
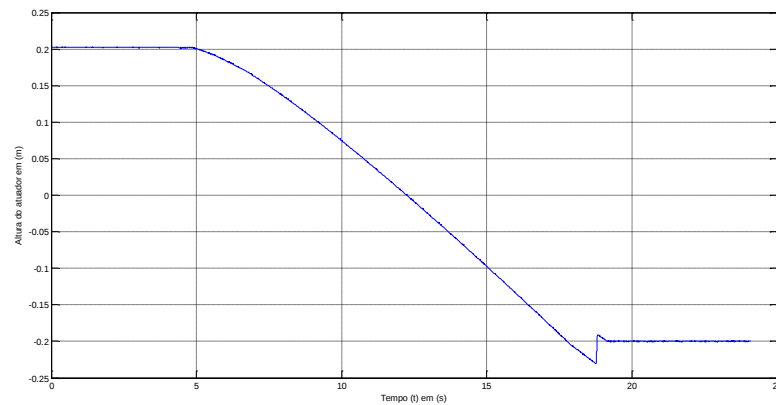
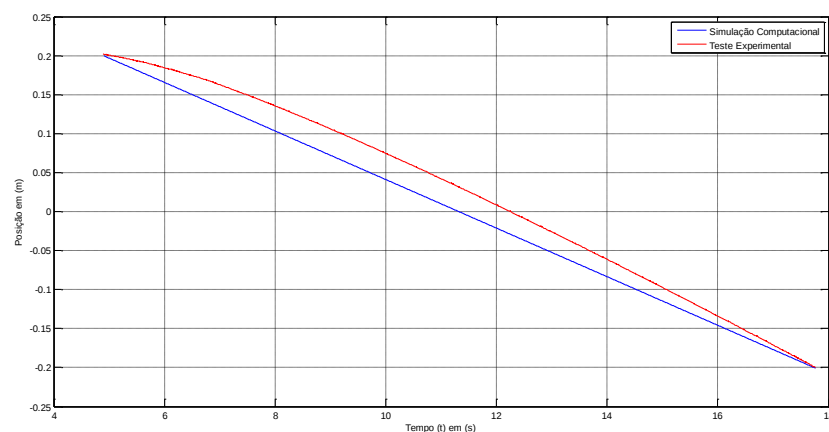


Figura 8: Gráfico obtido no teste experimental



Na sequência realizou-se a comparação entre a simulação computacional e o teste experimental no intervalo de tempo entre 4,9s e 17,8s.

Figura 9: Gráfico comparativo de validação experimental do modelo de 3ª. ordem do atuador pneumático



6 CONCLUSÃO

Neste estudo apresentou-se o modelo matemático de 3ª. ordem que representa a dinâmica do movimento de um atuador pneumático diferencial com haste. A partir das simulações computacionais deste modelo matemático, utilizando-se os parâmetros de uma bancada de testes com atuador pneumático, foram obtidos resultados para ratificar com testes experimentais, a validade deste modelo. Sendo esta a principal contribuição deste trabalho. No entanto, os resultados obtidos demonstram uma pequena defasagem nas características do modelo utilizado, devido ao fato de serem desconsideradas algumas não linearidades.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAVARESCO, Delair. (2007). **Modelagem matemática e controle de um atuador pneumático**. 2007. 107f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí.

ENDLER, L. **Modelagem da Vazão Mássica de uma Servoválvula Pneumática e sua Aplicação no Controle Ótimo de um Servoposicionador Pneumático**. 2009. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2009.

MOREIRA, Luís Carlos Ferreira. **Caracterização experimental de um atuador pneumático de baixo atrito**. Portugal, 2012.
Disponível em: <http://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/68096/1/000154910.pdf>
Acesso em: 30/08/2014

PÖRSCH, M. R. M. H. **Modelagem matemática e Controle Proporcional de uma Bancada Acionada Pneumaticamente para Simulações de Terrenos Inclinados**. 2012. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2012.

RICHTER, Rozimerli Raquel Milbeier. **Modelagem Matemática e Controle de Posição de um Atuador Linear Acionado Pneumaticamente**. Ijuí, RS, 2013.

RITTER, Carla Silvane. **Modelagem Matemática das Características não Lineares de Atuadores Pneumáticos**. Ijuí, RS, 2010. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí.

SANTOS, C. S.; VIECELLI, S. E. B.; VALDIERO, A. C.; RASIA, L. A. **Validação Experimental do Modelo Matemático de 3ª Ordem para um Atuador Pneumático**. I Congresso de Matemática Aplicada e Computacional – Sul. Curitiba PR, 2014.

VIECELLI, Sandra Edinara Baratto. **Modelagem Matemática do Atuador Pneumático de uma Bancada para Ensaio de Estruturas**. Ijuí, RS, 2014. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí.

ZAMBERLAN, C. V. **Modelagem Matemática de um Atuador Pneumático para Aplicação em um Mecanismo Articulado**. 2013. 89f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado Do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2013.